



Title: Desarrollo de control de estabilidad aplicado a un mecanismo no lineal

Authors: TELLEZ-CUEVAS, Pedro, MORGA-BONILLA, Sergio Iván, HERNANDEZ-SANCHEZ, Juan Fernando and NAVA-HERNÁNDEZ, Juan José

Editorial label ECORFAN: 607-8695

BCIERMMI Control Number: 2021-01

BCIERMMI Classification (2021): 271021-0001

Pages: 13

RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.

143 – 50 Itzopan Street
 La Florida, Ecatepec Municipality
 Mexico State, 55120 Zipcode
 Phone: +52 1 55 6159 2296
 Skype: ecorfan-mexico.s.c.
 E-mail: contacto@ecorfan.org
 Facebook: ECORFAN-México S. C.

Twitter: @EcorfanC

www.ecorfan.org

Holdings

Mexico	Colombia	Guatemala
Bolivia	Cameroon	Democratic
Spain	El Salvador	Republic
Ecuador	Taiwan	of Congo
Peru	Paraguay	Nicaragua

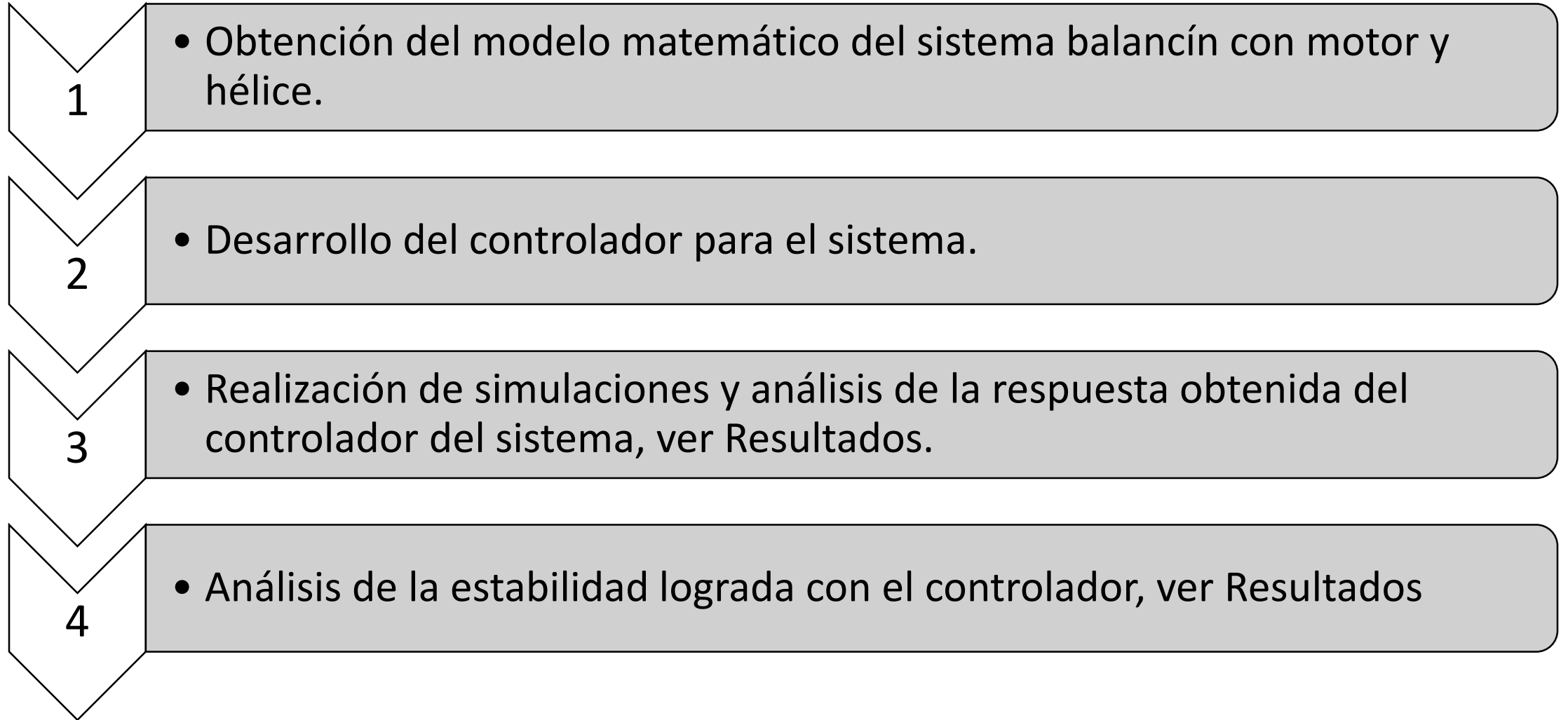
Introducción

Con el actual desarrollo de la sociedad, cada día se van incursionando dentro de los diferentes sectores de la industria lo que ha provocado el surgimiento de nuevas tecnologías como lo son los UAV. Estos sistemas en la actualidad tienen una gran cantidad de aplicaciones lo que significa un proceso de mejora constante y que inicia desde su creación en 1927.

Estos dispositivos han sido mejorados en diferentes aspectos, entre los cuales se encuentra la estabilidad de su vuelo el cual puede ser representado y estudiado con sistemas como lo es el balancín con motor y hélice.

Para atender esta característica se han desarrollado diferentes propuestas entre las cuales resalta el control PID acompañado de otras herramientas de control. Si bien esto le ha dado relevancia a esta acción de control, lo cierto es que no es la más apropiada para sistemas lineales. Y debido a esto es necesario incursionar en otras estrategias de control enfocadas a sistemas no lineales como lo es el control LQR propio de las estrategias de control moderno.

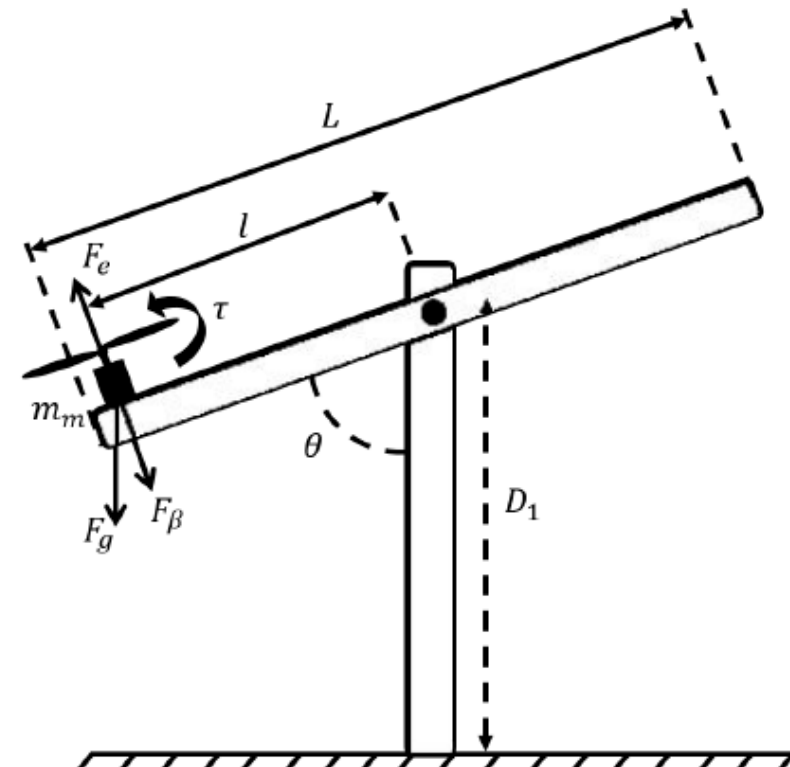
Metodología



Modelo matemático

La obtención del modelo matemático es uno de los primeros pasos para el diseño de un sistema de control y en este proceso se ven involucrados los distintos parámetros del principio de funcionamiento del sistema. Para este caso los parámetros tomados en cuenta son los siguientes:

- L : Longitud del eje de rotación
- θ : Desplazamiento angular
- D_1 : Longitud de la barra vertical
- l : Distancia del centro del eje de rotación al motor
- τ : Torque
- m_m : Masa del motor
- g : Constante de aceleración gravitacional terrestre
- F_e : Fuerza de empuje generada por las hélices
- F_β : Fuerza producida por el coeficiente de fricción
- β : Coeficiente de fricción
- F_g : Peso del motor



Función de transferencia y espacio de estados

El desarrollo del controlador LQR requiere de que se obtenga el modelo del sistema en el espacio de estados por lo cual se determina la función de transferencia del mismo. Obtener primero la función de transferencia es debido a que en el dominio de la frecuencia el análisis matemático es más sencillo. Realizar el modelo matemático del sistema permite determinar la función de transferencia que describe al mismo.

La función de transferencia que describe a este sistema se puede observar en la siguiente tabla. Esta función corresponde a un sistema de segundo orden, y la expresión que describe a estos sistema se visualiza de igual manera en la tabla.

Función de transferencia del sistema	Función de transferencia de segundo orden
$\frac{\ddot{\theta}(s)}{F_e(s)} = \frac{\frac{1}{I_T}}{s^2 + \frac{lF_\beta}{I_T}s + \frac{lF_g}{I_T}}$	$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}$

La función de transferencia del sistema permite obtener el modelo en espacio de estados del sistema a partir de un conversión, la cual da como resultado las expresiones siguientes expresiones, misma que hace posible el desarrollo del controlador.

Expresiones completas	Expresiones simplificadas
$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\delta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$	$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$
$y(t) = [K \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$	$y(t) = Cx(t)$

Posteriormente, es necesario determinar los parámetros desconocidos de ambas expresiones, para lo cual se toman en cuenta los siguientes datos: $l=0.3\text{m}$; $L=0.6$; $t_s=2.579\text{seg}$; $m_m=0.06\text{kg}$; $I_T=0.0108\text{kg} \cdot \text{m}^2$. Estos datos permiten obtener las matrices A, B y C tomando los siguientes valores.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16.3216 & -3.101912 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [27.77 \quad 0]$$

Diseño del controlador LQR

Para el diseño del controlador LQR es necesario prestar especial atención en el índice de comportamiento J ya que el objetivo de este controlador es el de minimizar este índice llevándolo a los valores mínimos posibles por lo que los diferentes parámetros del mismo son calculados en función de este índice.

Los parámetros que se ven involucrados y que tienen que ser calculados para el desarrollo del controlador corresponden a las matrices Q , R y K ya que las dos primeras se ven involucradas en la expresión del índice J . Por otro lado, corresponde a la ganancia de realimentación aplicada en el vector de control óptimo.

Índice de comportamiento	Vector de control óptimo
$J = \int_0^{\infty} (x * Qx + u * Ru)dt$	$u(t) = -Kx(t)$

En este caso, Q y R toman los siguientes valores.

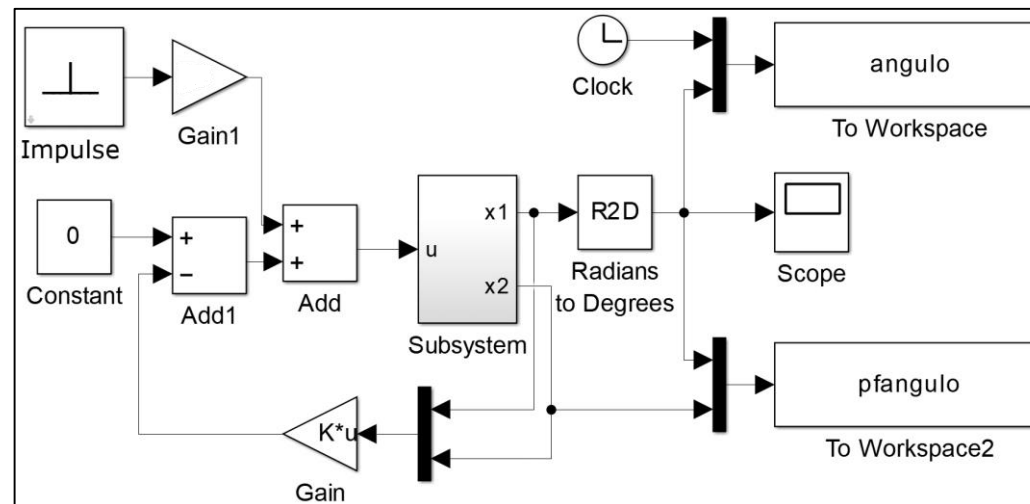
$Q = \begin{bmatrix} 90000 & 0 \\ 0 & 90000 \end{bmatrix}$	$R = [1]$
--	-----------

Resultados

A partir del modelo en espacio de estados y las matrices pertenecientes al índice de comportamiento se determina la matriz K mediante la función $K=lqr(A, B, Q, R)$, la cual está integrada en el software MATLAB y se obtienen los siguientes valores.

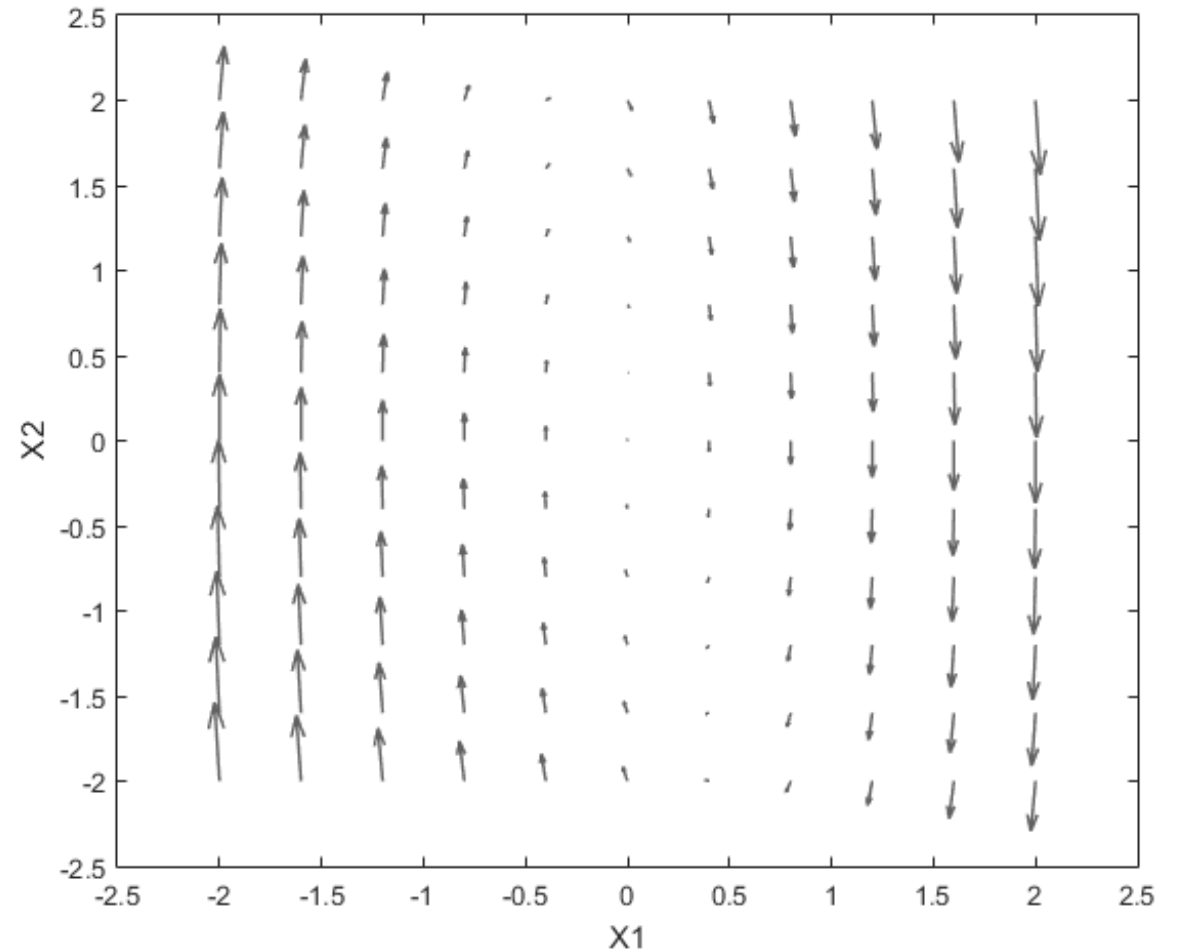
$$K = [284.1221 \quad 297.8597]$$

Una vez obtenida esta matriz se desarrolla el diagrama de control del sistema con la herramienta SIMULINK tal como se puede apreciar en la siguiente figura.

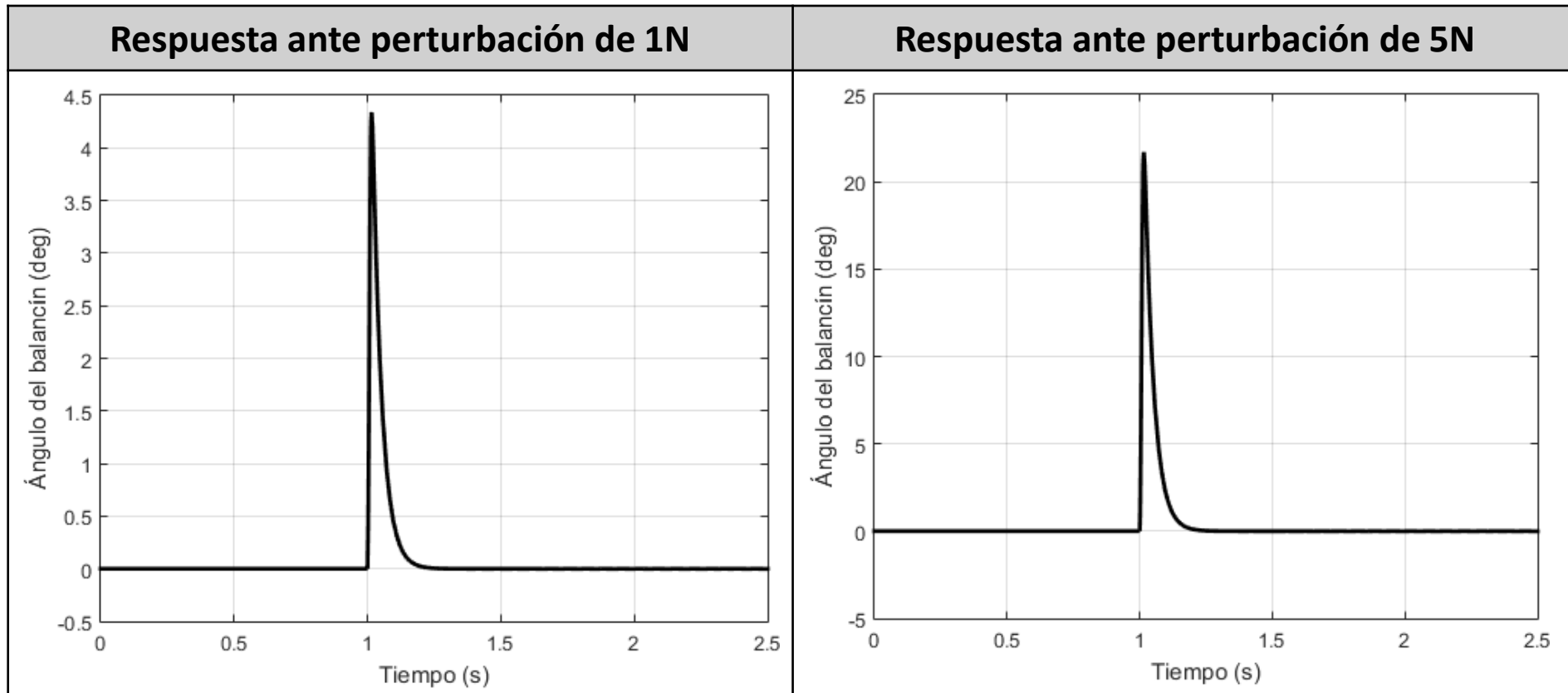


Previo al análisis de la respuesta del controlador ante perturbaciones de diferentes magnitudes, se obtiene el campo vectorial correspondiente a las soluciones del sistema no lineal que describe al balancín con motor y hélice.

Este campo vectorial muestra que las trayectorias de las soluciones del este sistema alcanzan un valor de cero lo que indica que el sistema es perfectamente capaz de alcanzar un punto de estabilidad adecuado ante perturbaciones.



Posteriormente, se realizan simulaciones al controlador desarrollado aplicando perturbaciones de diferente valor y visualizar la respuesta del control ante las mismas. Para este caso en específico se aplican dos perturbaciones diferentes una de 1N y otra de 5N. Las respuestas del sistema ante estas perturbaciones se observa en los gráficos siguientes, a partir de los cuales se puede determinar que el controlador desarrollado permite alcanzar la estabilidad del sistema en ambos casos, con sus respectivas variaciones entre una y otra en relación al ángulo máximo que alcanza el balancín y el tiempo que necesita para alcanzar la estabilidad.



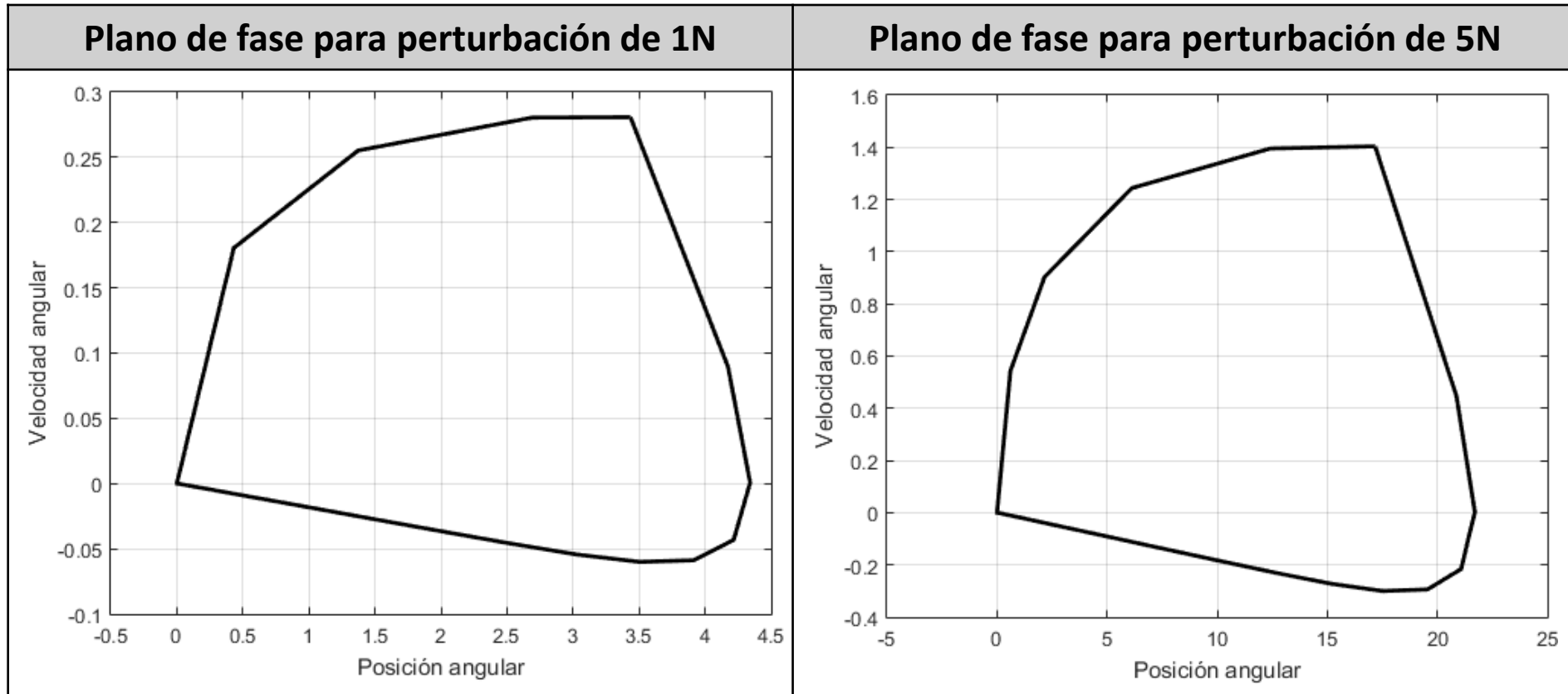
Análisis de estabilidad

La estabilidad es una de las características más importantes durante el desarrollo y posterior análisis de un controlador, y debido a esto es el primer punto a considerar para los profesionales enfocados en el control.

Para el caso de sistemas lineales se tienen algunos criterios que permiten analizar la estabilidad del sistema como lo son los criterios de Routh-Hurwitz y de Nyquist. No obstante, en los sistemas no lineales, los criterios mencionados no son aplicables, por lo que es necesario utilizar otros métodos que permitan el análisis de estabilidad en sistemas no lineales.

Para verificar la estabilidad del sistema de control desarrollado para el balancín con motor y hélice se emplea un análisis gráfico por medio de la utilización de planos de fase, en los cuales se grafica la variable X_1 o posición angular (en el eje X) contra la variable X_2 o velocidad angular (en el eje Y).

Después de obtener los planos de fase para las dos perturbaciones se puede determinar que en ambos casos la trayectoria del sistema parte del punto de referencia determinado en las condiciones iniciales y después de que transcurre cierto tiempo llega nuevamente al punto de referencia. La diferencia que hay entre ambos planos de fase es que la velocidad angular y la posición angular sufren un cambio de una perturbación a otra debido al cambio de la magnitud de la perturbación, pero en ambos casos las trayectorias convergen en el mismo punto de referencia.



Conclusiones

En el presente trabajo se desarrolla un controlador óptimo LQR para un sistema balancín con motor y hélice, el cual se representa a partir de un modelo no lineal, mismo que permite la obtención de las diferentes variables que hacen posible el diseño del controlador.

Además, se obtiene el comportamiento dinámico del sistema ante perturbaciones de diferentes magnitudes y las respuestas obtenidas ante las mismas demuestran que el sistema tiene un tiempo de asentamiento corto con una pequeña sobreelongación ante perturbaciones de magnitudes pequeñas y, en caso de que esta magnitud aumente tiene sobreelongaciones de mayor valor con respecto a las obtenidas para perturbaciones de menor magnitud, pero, en los casos analizados, el sistema alcanza el valor deseado en un tiempo corto.

El análisis de estabilidad realizado a partir de los planos de fase, indica que la trayectoria de la respuesta del sistema con controlador LQR, ante perturbaciones de diferentes magnitudes, converge en el valor de referencia determinado en ambos casos. Aunado a esto, se dice que el controlador desarrollado para este sistema no lineal proporciona un rendimiento dinámico apropiado y con precisión de la posición angular del balancín, aun teniendo perturbaciones diferentes.

Referencias

- Maureira, M., Seebach, S., & Torrejón, P. (2019). Drones y epidemiología: La tecnologización de la vigilancia. *Estudios Atacameños*, 62, 203-211.
- Arencibia, G. (2016). ¿Es posible el uso de drones en la investigación científica y el monitoreo ambiental? *Electrón*, 17, 1-3.
- Nex, F., & Remondino, F. (2013). UAV for 3D mapping applications: a review. *Applied Geomatics*, 6(1), 1-15.
- Nieto, E. D., & Vaca, F. A. (2020). Desarrollo de un modelo matemático, cinemático y dinámico con la aplicación de software, para modificar el funcionamiento de un dron, para que este realice monitoreo automático. *RECIMUNDO*, 4(1), 332-343.
- Castaño Hernández, A., Moreno Beltrán, J. P., Hernández Pérez, J. F., & Villafuerte Segura, R. (2018). Diseño y control de un sistema balancín con motor y hélice de bajo costo. *Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 5(10), 62-69.
- Kada, B., & Ghazzawi, Y. (2011, Octubre). Robust PID controller design for an UAV flight control system. En *Proceedings of the World congress on Engineering and Computer Science (2011 WCECS)* (pp. 1-6).
- Lin, F., Duan, H., & Qu, X. (2014, mayo). PID control strategy for UAV flight control system based on improved genetic algorithm optimization. En *The 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC)* (pp. 92-97). IEEE.
- Peng, Z., & Jikai, L. (2011, Julio). On new UAV flight control system based on Kalman & PID. En *2nd International Conference on Intelligent Control and Information Processing (2011 ICICIP)* (pp. 819-823). IEEE.
- Dorf, R. C., & Bishop, R. H. (2005). Sistemas de control óptimo. En *Sistemas de control moderno* (10.a ed., pp. 683-686). Pearson Educación.
- Lara Sosa, B. M., Fagua Perez, E. Y., Salamanca, J. M., & Higuera Martinez, O. I. (2017). Diseño e implementación de un sistema de control de vuelo para un vehículo aéreo no tripulado tipo cuadricóptero. *Tecnura*, 21(53), 32-46.
- Ogata, K. (2010). Modelado en el espacio de estados. En *Ingeniería de control moderna* (5.a ed., p. 29). Pearson Educación.
- Dorf, R. C., & Bishop, R. H. (2005). Diseño de sistemas de control. En *Sistemas de control moderno* (10.a ed., pp. 23-24). Pearson Educación.
- Tippens, P. (2011). Segunda ley de Newton sobre el movimiento. En *Física, conceptos y aplicaciones* (7.a ed., pp. 138-140). MCGRAW HILL EDUCATION.
- Zemansky, S. Y., & Freedman, Y. Y. (2009). Torca y aceleración angular de un cuerpo rígido. En *Física Universitaria* (12.a ed., Vol. 1, pp. 319-320). Pearson Educación.
- Tippens, P. (2011). Momento de torsión. En *Física, conceptos y aplicaciones* (7.a ed., p. 96). MCGRAW HILL EDUCATION.
- Zemansky, S. Y., & Freedman, Y. Y. (2009). Torca. En *Física Universitaria* (12.a ed., Vol. 1, pp. 316-317). Pearson Educación.
- Dorf, R. C., & Bishop, R. H. (2005). Índices de comportamiento. En *Sistemas de control moderno* (10.a ed., p. 267). Pearson Educación.
- Ogata, K. (2010). Sistema regulador óptimo cuadrático. En *Ingeniería de control moderna* (5.a ed., pp. 793-798). Pearson Educación.
- Gordillo, F. (2009). Estabilidad de sistemas no lineales basada en la teoría de Liapunov. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 6(2), 5-16.



ECORFAN®

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- (www.ecorfan.org/booklets)